

FINAL KONKURSU MATEMATYCZNEGO WLADEX

Dla uczniów szkół podstawowych
(czas przeznaczony na rozwiązanie zadań – 100 minut)

Uwaga:

Nie korzystamy z kalkulatorów i innych pomocy dydaktycznych.

Część 1**Zadanie 1 (1 pkt)**

Dokończ zdanie. Wybierz jedną właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wartością wyrażenia $\frac{\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 - \left(\frac{2}{5}\right)^2}}{\sqrt{0,01}} - (-\sqrt[3]{3})^0$ jest liczba:

- A. całkowita ujemna B. złożona C. pierwsza D. niewymierna.

Zadanie 2 (1 pkt)

Dokończ zdanie. Wybierz jedną właściwą odpowiedź spośród podanych.

W trapezie suma miar kątów przy dłuższej podstawie jest równa 94° . Przekątne trapezu są dwusiecznymi tych kątów. Wynika stąd, że miary kątów trapezu wynoszą:

- A. 41° ; 53° ; 127° ; 139° B. 44° ; 50° ; 130° ; 136°
C. 46° ; 46° ; 134° ; 134° D. 47° ; 47° ; 133° ; 133°

Zadanie 3 (1 pkt)

Dokończ zdanie. Wybierz jedną właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wyrażenie $\frac{x+y}{x^2-y^2}$ dla $x = \sqrt{5} - 1$ oraz $y = \sqrt{5} + 1$ jest równe:

- A. $-\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{5}}{10}$ C. $\frac{1}{2}$ D. nie istnieje

Zadanie 4 (1 pkt)

Dokończ zdanie. Wybierz jedną właściwą odpowiedź spośród podanych.

W pewnej loterii znajdują się losy: jeden z wygraną 50 zł, dwa z wygraną 30 zł, trzy z wygraną 20 zł oraz cztery losy puste. Przy zakupie dwóch losów prawdopodobieństwo wygrania kwoty 50 zł wynosi:

- A. $\frac{2}{15}$ B. $\frac{2}{9}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{4}{5}$

Zadanie 5 (3 pkt)

Do każdego ze zdań wybierz jedną właściwą odpowiedź spośród podanych.

W prostokątnym układzie współrzędnych dane są punkty $P = \left(1 - 5x; \frac{|-x-5|}{3-|x|}\right)$ oraz $Q = \left(5 - x^2; \frac{3}{2}x - \frac{9}{2}\right)$,
gdzie $x = \frac{-3^2+2^3}{(-1)^3}$. Zatem:

Punkt P jest położony w

- A. I ćwiartce B. II ćwiartce C. III ćwiartce D. IV ćwiartce.

Suma sześcianów współrzędnych punktu Q jest równa

- A. -152 B. -37 C. 37 D. 91 .

Odcinek łączący punkty P oraz Q ma długość

- A. $2\sqrt{17}$ B. $2\sqrt{2}$ C. $\sqrt{2}$ D. 10 .

Zadanie 6 (2 pkt)

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe albo F, jeśli stwierdzenie jest fałszywe.

Liczba $\frac{\sqrt{7}+3}{\sqrt{7}-3} + \frac{\sqrt{7}-3}{\sqrt{7}+3}$ jest kwadratem pewnej liczby całkowitej.	P / F
$-\sqrt[3]{5^{18}} \cdot (\sqrt{10})^4 \geq -2 \cdot \sqrt{4 \cdot 5^{16} + 5^{17}}$	P / F

Zadanie 7 (2 pkt)

Oceń prawdziwość poniższych zdań. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe albo F, jeśli zdanie jest fałszywe.

Każdy sześciąt można rozciąć na trzy ostrosłupy czworokątne.	P / F
Pole powierzchni sześciątu A jest dwa razy większe od pola powierzchni sześciątu B. Wynika stąd, że krawędź sześciątu A jest dwa razy większa od krawędzi sześciątu B.	P / F

Zadanie 8 (2 pkt)

Oceń prawdziwość poniższych zdań. Zaznacz P, jeśli zdanie jest prawdziwe albo F, jeśli zdanie jest fałszywe.

Dane są liczby $a = \frac{2\sqrt{3}+3\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$, $b = \left[\sqrt{1\frac{9}{16}} - \left(-\frac{1}{2}\right)^3 \right] \cdot \left(\frac{4}{\sqrt{5}}\right)^2$.

Liczba a jest większa od liczby b.	P / F
Tylko dwie liczby pierwsze są mniejsze od każdej z liczb a i b.	P / F

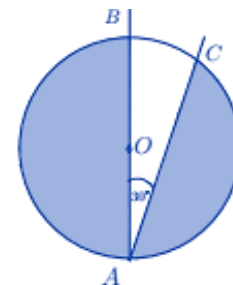
Zadanie 9 (2 pkt)

Dane jest koło o środku O i promieniu długości $4\sqrt{3}$ cm, w które wpisano kąt $\angle BAC$ o mierze 30° (patrz rysunek).

Uzupełnij zdania. Wpisz w puste miejsca liczby. Wynik zapisz w najprostszej postaci.

Pole trójkąta ABC wynosi cm^2

Pole zacieniowanej figury jest równe cm^2

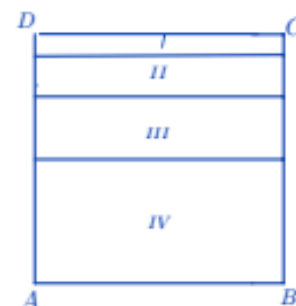
**Zadanie 10 (3 pkt)**

Kwadrat ABCD podzielono na cztery prostokąty (patrz rysunek). Obwody tych prostokątów wynoszą odpowiednio $L_I = 34$ cm, $L_{II} = 38$ cm, $L_{III} = 40$ cm, $L_{IV} = 48$ cm.

Uzupełnij zdania. Wpisz w puste miejsca liczby.

Obwód prostokąta IV stanowi obwodu kwadratu ABCD.

Pole prostokąta III jest o procent mniejsze od pola kwadratu ABCD, które jest równe cm^2



Zadanie 11 (2 pkt)

W graniastosłupie prostym, którego podstawą jest trójkąt prostokątny równoramienny, suma długości wszystkich jego krawędzi wynosi $(15\sqrt{2} + 12)cm$. Dokładnie jedna ściana boczna graniastosłupa jest kwadratem.

Uzupełnij zdania. Wpisz w puste miejsca liczby. Wynik zapisz w najprostszej postaci.

Powierzchnia boczna graniastosłupa jest równa cm^2 , a jego objętość wynosi cm^3 .

Część 2

Zadanie 12 (3 pkt)

Uzasadnij, że najmniejsza liczba naturalna n , którą możemy zapisać w postaci $\frac{113+16k}{k+5}$ jest liczbą pierwszą dla pewnej liczby całkowitej k .

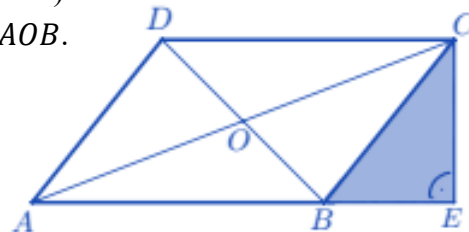
Zadanie 13 (4 pkt)

Do równoległoboku $ABCD$ dorysowano trójkąt prostokątny BEC (patrz rysunek).

Wiadomo, że pole trójkąta BEC jest równe $5 cm^2$ i stanowi $\frac{2}{5}$ pola trójkąta AOB .

Oblicz stosunek pola czworokąta $AECD$ do pola równoległoboku $ABCD$.

Przedstaw tok rozumowania.



Zadanie 14 (5 pkt)

Dane są równania:

$$I: \frac{3x+8}{2} - \frac{x+7}{4} = x + 3$$

$$II: (x - 3 \cdot 2^4)^2 - (x + 3 \cdot 2^4)^2 = \left(\frac{4}{\sqrt{3}}\right)^2 \cdot (2\sqrt{3})^4$$

Liczba x_1 jest rozwiązaniem równania I, a liczba x_2 jest rozwiązaniem równania II.

Wyznacz x_1 i x_2 następnie oblicz wartość wyrażenia $W = \frac{x_1^2 + x_2^2}{x_1^2 \cdot x_2^2}$.

Przedstaw tok rozumowania. Wynik zapisz w najprostszej postaci.